

# 《概率论与数理统计》课程教学大纲

（“Probability and Mathematical Statistics” Course Syllabus）

## 一、课程说明

课程编码：00000548、课程总学时（理论总学时/实践总学时）：60（58/2）、周学时：4、学分：

3、开课学期：第四学期。

### 1. 课程性质：

公共必修课。是研究随机现象并找出其规律性的一门学科，被广泛应用于社会、经济、科学等各个领域。它为各个专业学生后继专业课程的学习提供方法论的指导。

### 2. 课程目标：

该课程是学生专业课程的基础课程和先修课程，该课程能够培养学生的逻辑推理和抽象思维能力、空间直观和想象能力，从而在培养具有良好科学素养、人文精神和创新能力的数学及应用人才方面起着十分重要的作用。该课程的内容和重要结论在自然科学与人文社会科学中均具有广泛的应用。

(1) 让学生掌握和理解概率论与数理统计的基本概念、知识结构、典型方法。

(2) 培养学生的思维能力，提升数学素养。

(3) 培养学生应用所学的数学知识解决实际问题的意识和能力。

(4) 培养学生的团队意识和协作意识。

(5) 培养学生的自主学习和终生学习的能力。

(6) 培养学生不畏艰难，稳中求进的能力。

(7) 培养学生热爱生活的能力。

### 3. 课程目标与毕业要求指标点对应关系

| 毕业要求 | 毕业要求分解指标点  | 课程目标            |
|------|--|-----------------|
| 学科素养 | 能够掌握所学知识和技能，并将其综合运用。将概率论与数理统计知识应用到经济管理类专业，如管理学、运筹学、经济学等学科，应用到物理学、化学、生物学等专业学科中，为其他学科夯实数学基础。                       | 课程目标<br>(1)和(2) |
| 自主学习 | 具有自主学习和终身学习的能力。对学科前沿的知识保持敏锐度，能主动学习、钻研、探索，形成长效学习机制，养成终生学习的习惯。   | 课程目标<br>(5)和(6) |
| 教学能力 | 教学能力的培养是一个长期的过程，并要经过教学实践反复磨练，教学技术和技巧可以通过学习得到，但是能够成为一名好老师，归根结底是热爱这个职业，每一位在岗教师每一次教学活动都是学生学习的范例，从每一位教师自身做起，成为学生的榜样。 | 课程目标<br>(1)-(7) |

|      |  |             |
|------|--|-------------|
| 沟通合作 | 能适应工作环境、能与同事进行良好的沟通和合作,理解学习共同体的价值与作用,具有团队合作意识,掌握沟通与合作技能,在团队写作中开展教育教学活动与研究<br>工作。 | 课程目标<br>(4) |
|------|--|-------------|

#### 4. 适用专业与学时分配:

适用于计算机科学与技术、计算机科学与技术(师范)、软件工程、网络工程、物理学(师范)、电子信息工程、物流管理、市场营销、国际经济与贸易(中外合作)、金融学(中外合作)、旅游管理、酒店管理专业。

#### 教 学 内 容 与 时 间 安 排 表

| 章次 | 内 容          | 总课时 | 理论课时 | 实践课时 |
|----|--------------|-----|------|------|
| 一  | 随机事件与概率      | 10  | 10   | 0    |
| 二  | 随机变量及其分布     | 10  | 10   | 0    |
| 三  | 多维随机变量及其分布函数 | 12  | 12   | 0    |
| 四  | 数字特征         | 6   | 6    | 0    |
| 五  | 大数定律和中心极限定理  | 4   | 4    | 0    |
| 六  | 数理统计的基本概念    | 6   | 6    | 0    |
| 七  | 参数估计         | 12  | 10   | 2    |

#### 5. 课程教学目的与要求

知识能力培养目标:一方面使学生掌握专业学习所必须的概率论与数理统计的基本理论、基本知识和基本技能。了解概率论与数理统计的基本概念的发展历史,从中管窥科学知识发生发展的共同规律;另一方面培养学生应用概率统计理论及思想方法解决实际问题的意识和能力,使学生能够利用概率统计知识处理一些实际问题。引导学生将概率统计知识与现实世界建立联系,能够做到学以致用。

思政育人目标:在建立概率论与数理统计课程知识体系的同时,从前人的数学思想发展历程中体会知识发生发展的共同特征,从高明的数学方法中启迪灵感,体验数学的智慧和求真至美的精神。突出培育科学精神、探索创新精神,把辩证唯物主义、历史唯物主义渗透到概率统计课程教学中,引导学生将数学与现实世界,数学理论与实践发展相关联。用教师的言行,实现知识传授、能力培养与价值引领的有机统一,发展学生的思想、政治、道德与品质,培养社会主义核心价值观,知识传授与价值引领相结合,促进德育与智育的协同发展。

#### 6. 本门课程与其它课程关系:

《概率论与数理统计》是一门重要基础课程。学习本课程需要具有《高等数学》或《微积分》知识基础。

### 7. 推荐教材及参考书：

推荐教材：

罗敏娜等.《概率论与数理统计》.北京：科学出版社，2018.8。

参考书：

盛骤等.《概率论与数理统计》第四版.北京：高等教育出版社,2008.6。

茆诗松等.《概率论与数理统计教程》第二版.北京：高等教育出版社,2011.2。

### 8. 课程教学方法与手段：

根据学生的实际情况，将传统的教学方法与多媒体课件的运用有机地结合起来，采用探究式和启发式等教学方法，充分调动学生的学习积极性，激发学生的学习兴趣，使学生能够主动探索，真正参与教学，培养和提高学生分析问题和解决问题的能力。

| 课程目标     | 考核内容                                    | 教学方法       |
|----------|---|------------|
| 课程目标 1   | 事件、概率、随机变量及其分布、数字特征、大数定律中心极限定理、统计量、参数估计 | 讲授与自主学习相结合 |
| 课程目标 2-3 | 知识之间的关联性、由旧知识探索新知识的能力                   | 启发式        |
| 课程目标 4-7 | 本课程中难度最大的内容：二维随机变量的函数的分布定理推证与应用         | 探究式        |

### 9. 课程考试方法与要求：

| 课程目标     | 考试方式              |
|----------|-------------------|
| 课程目标 1   | 作业成绩（占总成绩的 12%）   |
| 课程目标 2-4 | 阶段测验（占总成绩的 12%）   |
| 课程目标 5-7 | 课堂互动+签到（占总成绩的 6%） |
| 课程目标 1-5 | 期末考试（占总成绩的 70%）   |

## 10. 成绩评定方法

期末成绩：机考 70%+平时成绩 30%

平时成绩=作业 40%+课堂互动 10%+签到 10%（低于 70%零分）+单元测验 40%

| 课程目标   | 期末闭卷<br>机考<br>70% | 平时作业<br>12% | 课堂互<br>动 3%+签<br>到 3% | 单元测验<br>12% | 课程分目标达成评价方法  |
|--------|-------------------|-------------|-----------------------|-------------|--|
| 课程目标 1 | 60                | 20          | 20                    | 80          | 分目标达成度=<br>70%×期末机考平均成绩/期末机<br>考总分+12%×平时作业平均成绩<br>/平时作业总分+3%×课堂互动平<br>均成绩/课堂互动总分+3%×签到<br>平均成绩签到总分+12%×单元测<br>验平均成绩/单元测验总分+<br>(70%+12%+3%+3%+12%=100%) |
| 课程目标 2 | 10                | 10          | 10                    | 5           |  |
| 课程目标 3 | 10                | 10          | 10                    | 5           |  |
| 课程目标 4 | 10                | 10          | 10                    | 5           |  |
| 课程目标 5 | 10                | 10          | 10                    | 5           |  |
| 课程目标 6 | 0                 | 20          | 20                    | 0           |  |
| 课程目标 7 | 0                 | 20          | 20                    | 0           |  |

## 11. 评分标准

| 课程目标                                 | 评分标准（满分 100）                               |                         |
|--------------------------------------|--|-------------------------|
|                                      | 合格   | 不合格                     |
| (1) 让学生掌握和理解概率论与数理统计的基本概念、知识结构、典型方法。 | 掌握课程大纲要求的全部内容，学科考试成绩大于等于 60 分              | 学科考试成绩小于 60 分           |
| (2) 培养学生的思维能力，提升数学素养。                | 学会发现问题、分析问题、解决问题，能在学习过程中提出与学习内容有关的至少 5 个问题 | 学习过程中提出与学习内容有关的少于 5 个问题 |
| (3) 培养学生应用所学的数学知识解决实际问题的意识和能力。       | 理解知识之间的关联性知识，绘制结构的框架图                      | 零碎的知识点                  |

|                        |  |      |
|------------------------|--|------|
| (4) 培养学生的团队意识和协作意识。    | 与同学合作完成数学建模问题<br>会分工合作，完成自己负责的部分                 | 不能完成 |
| (5) 培养学生的自主学习和终生学习的能力。 | 能根据所学知识拓展至未知的关联领域。探究质量检验的 6 西格玛原则，T 检验和 F 检验的拒绝域 | 不能拓展 |
| (6) 培养学生不畏艰难，稳中求进的能力。  | 解决学科中出现的难题。能够独立讲解一个以上的课程难点                       | 不能讲解 |
| (7) 培养学生热爱生活的能力。       | 能够体会学习的快乐和探索知识的乐趣。完成一篇文章，关于课程应用领域的拓展或课程内容的讲解建议等  | 不能完成 |

## 12. 实践教学内容安排：

选用一个统计软件（EXCEL、SPSS、R、MATLAB）完成一个概率统计实验。

## 二、教学内容纲要

### 第一章 随机事件与概率（10 学时）（支撑课程目标 1、2）

#### 1. 教学目的与要求

- (1) 了解样本空间（基本事件空间）的概念，理解随机事件的概念，掌握事件的关系与运算。
- (2) 理解概率、条件概率的概念，掌握概率的基本性质，会计算古典型概率和几何型概率。
- (3) 掌握概率的加法公式、乘法公式、减法公式、全概率公式以及贝叶斯公式。
- (4) 理解事件独立性的概念，掌握用事件独立性进行概率计算；理解独立重复试验的概念，掌握计算有关事件概率的方法。

教学重点：概率的概念、性质，古典概型下概率的计算，条件概率，相互独立事件概率计算，全概率公式以及贝叶斯公式的应用。

教学难点：古典概型下概率的计算，全概率公式以及贝叶斯公式的应用。

#### 2. 主要内容

##### 第一节 随机事件和样本空间

1 学时

一、随机事件

二、样本空间（基本事件空间）

第二节 事件间的关系与运算

1 学时

一、事件的关系和运算

二、事件的运算性质

第三节 随机事件的概率

4 学时

一、概率的公理化定义

二、概率的基本性质

三、概率的加法公式

四、减法公式

五、古典型概率和几何型概率的计算

第四节 条件概率与乘法公式

1 学时

一、条件概率

二、乘法公式

第五节 全概率公式与贝叶斯公式

1 学时

一、全概率公式

二、贝叶斯公式

第六节 事件的独立性与伯努利概型

2 学时

一、事件的独立性及其计算

二、乘法公式

**第二章 随机变量及其分布（10 学时）（支撑课程目标 1、4）**

**1. 教学目的与要求**

- (1) 理解随机变量的概念；理解分布函数的概念及性质；会计算与随机变量相联系的事件的概率。
- (2) 理解离散型随机变量及其概率分布的概念，掌握 0—1 分布、二项分布  $B(n, p)$ 、几何分布、超几何分布、泊松（Poisson）分布  $P(\lambda)$  及其应用。
- (3) 了解泊松定理的结论和应用条件，会用泊松分布近似表示二项分布。

(4) 理解连续型随机变量及其概率密度的概念；掌握均匀分布、正态分布、指数分布及其应用，

$$\text{其中参数为 } \lambda (\lambda > 0) \text{ 的指数分布 } E(\lambda) \text{ 的概率密度为 } f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

(5) 会求随机变量函数的分布。

教学重点：随机变量的概念，分布函数与概率密度函数的概念和性质，常见的随机变量的分布；

分布函数与分布律、概率密度的互求，随机变量函数的分布。

教学难点：用随机变量描述事件，从实际问题出发建立分布律，随机变量函数的分布。

## 2. 主要内容

|                               |      |
|-------------------------------|------|
| 第一节 随机变量                      | 1 学时 |
| 一、随机变量的概念                     |      |
| 第二节 离散型随机变量及其概率分布             | 1 学时 |
| 一、离散型随机变量及其概率分布的概念            |      |
| 二、0—1 分布、二项分布、几何分布、超几何分布、泊松分布 |      |
| 三、二项分布的泊松逼近近似计算               |      |
| 第三节 随机变量的函数分布                 | 2 学时 |
| 一、随机变量的分布函数的概念和性质             |      |
| 第四节 连续型随机变量及其概率密度             | 3 学时 |
| 一、连续型随机变量的概念及其概率密度的概念、性质      |      |
| 二、均匀分布、指数分布、正态分布              |      |
| 第五节 随机变量函数的分布                 | 2 学时 |
| 一、简单随机变量函数的分布。                |      |
| 习题课                           | 1 学时 |

## 第三章 多维随机变量及其分布 (12 学时) (支撑课程目标 1、4)

### 1. 教学目的与要求

- (1) 理解多维随机变量的概念，理解多维随机变量的分布的概念和性质，理解二维离散型随机变量的概率分布、边缘分布和条件分布，理解二维连续型随机变量的概率密度、边缘密度和条件密度，会求与二维随机变量相关事件的概率。
- (2) 理解随机变量独立性及不相关性的概念，掌握随机变量相互独立的条件。

(3) 掌握二维均匀分布，了解二维正态分布  $N(\mu_1, \mu_2; \sigma_1^2, \sigma_2^2; \rho)$  的概率密度，理解其中参数的概率意义。

(6) 会求两个独立随机变量的简单函数的分布，会求多个相互独立随机变量简单函数的分布。

教学重点：二维随机变量的联合分布函数，联合分布律，联合概率密度，常见的随机变量的分布，边缘分布与联合分布的关系，随机变量的独立性。

教学难点：条件分布，随机变量函数的分布。

## 2. 主要内容

第一节 二维随机变量及其分布函数 2 学时

一、二维随机变量及其分布函数的概念

二、二维随机变量及其分布函数的性质

第二节 二维离散型随机变量 2 学时

一、二维离散型随机变量的边缘分布律及其性质；

第三节 二维连续型随机变量 2 学时

一、二维连续型随机变量的边缘概率密度

二、二维连续型随机变量的边缘概率密度的性质

第四节 条件分布 2 学时

一、离散型随机变量的条件分布

二、连续型随机变量的条件概率密度

第五节 随机变量的独立性 2 学时

一、随机变量的独立性的概念和性质

二、二维正态分布的性质

第六节 两个随机变量函数的分布 2 学时

一、两个独立随机变量的简单函数的分布

二、和的分布

三、商的分布

四、最大和最小的分布

## 第四章 数字特征（6 学时）（支撑课程目标 1、3）

### 1. 教学目的与要求



- (1) 理解随机变量数字特征（数学期望、方差、标准差、矩、协方差、相关系数）的概念，并会运用数字特征的基本性质，并掌握常用分布的数字特征。
- (2) 会求随机变量函数的数学期望。
- (3) 理解随机变量的独立性与不相关性的关系。

教学重点：随机变量数学期望、方差的概念、性质与计算。

教学难点：计算随机变量及其函数的数学期望，随机变量的独立性与不相关性的关系。

## 2. 主要内容

第一节 数学期望 2 学时

一、随机变量的数学期望的概念、性质与计算

二、随机变量函数的数学期望

第二节 方差 1 学时

一、随机变量的方差的概念、性质与计算

二、随机变量函数的方差。

第三节 常见分布的数学期望和方差 1 学时

一、常见离散型、连续型随机变量的数学期望和方差

第四节 协方差和相关系数 2 学时

一、协方差的概念、性质与计算

二、相关系数的概念、性质与计算

三、随机变量的独立性与不相关性的关系

## 第五章 大数定律与中心极限定理（4 学时）（支撑课程目标 1、2、6）

### 1. 教学目的与要求

- (1) 了解切比雪夫不等式。
- (2) 了解切比雪夫大数定律、伯努利大数定律和辛钦大数定律（独立同分布随机变量序列的大数定律）。
- (3) 了解棣莫弗——拉普拉斯定理（二项分布以正态分布为极限分布）和林德伯格定理——列维定理（独立同分布随机变量序列的中心极限定理）。

教学重点：各大数定律、中心极限定理的内容和应用，了解正态分布在近似计算中的应用。

教学难点：大数定律，中心极限定理的条件和应用。

## 2. 主要内容

### 第一节 大数定律

2 学时

一、切比雪夫不等式

二、切比雪夫大数定律

三、伯努利大数定律

四、辛钦大数定律

### 第二节 中心极限定理

2 学时

一、林德伯格——列维定理

二、棣莫弗——拉普拉斯定理

## 第六章 数理统计的基本概念 (6 学时) (支撑课程目标 1、3、6)

### 1. 教学目的与要求

(1) 理解总体、简单随机样本、统计量、样本均值、样本方差及样本矩的概念，其中样本方差

$$\text{定义为 } S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\chi_i - \bar{\chi})^2。$$

(2) 了解  $\chi^2$  分布、 $t$  分布和  $F$  分布的概念和性质，了解上侧  $\alpha$  分位数的概念并会查表计算。

(3) 了解正态总体的常用抽样分布。

教学重点：数理统计的基本概念， $\chi^2$  分布、 $t$  分布和  $F$  分布的定义，单个正态总体常用的统计量的分布。

教学难点：抽样分布类型的判断，分位数。

## 2. 主要内容

### 第一节 引言

1 学时

一、数理统计的思想和内容

### 第二节 总体与样本

1 学时

一、总体、简单随机样本、统计量、样本均值、样本方差及样本矩的概念

### 第三节 统计量及其分布

2 学时

一、 $\chi^2$  分布、 $t$  分布和  $F$  分布的概念和性质

### 第四节 分位数

2 学时

一、分位数的概念、性质

二、分位数的运算

## 第七章 参数估计 (12 学时) (支撑课程目标 3-7)

### 1. 教学目的与要求

- (1) 理解参数的点估计、估计量与估计值的概念。
- (2) 掌握矩估计法 (一阶、二阶矩) 和极大似然估计法。
- (3) 了解估计量的无偏性、有效性 (最小方差性) 和一致性 (相合性) 的概念, 并会验证估计量的无偏性。
- (4) 理解区间估计的概念, 会求单个正态总体均值和方差的置信区间, 会求两个正态总体的均值差和方差比的置信区间。

教学重点: 矩估计法和极大似然估计法; 估计量的无偏性、有效性的验证; 单个正态总体均值与方差的区间估计。

教学难点: 极大似然估计法; 估计量的有效性、一致性的验证。

### 2. 主要内容

|                                      |      |
|--------------------------------------|------|
| 第一节 点估计                              | 4 学时 |
| 一、点估计                                |      |
| 二、估计量与估计值的概念                         |      |
| 第二节 估计量的评选标准                         | 2 学时 |
| 一、估计量的无偏性、有效性 (最小方差性) 和一致性 (相合性) 的概念 |      |
| 二、估计量无偏性、有效性的验证                      |      |
| 第三节 区间估计                             | 2 学时 |
| 一、置信区间的概念                            |      |
| 二、置信区间的求法                            |      |
| 第四节 正态总体均值区间估计                       | 1 学时 |
| 一、单个正态总体均值的区间估计                      |      |
| 第五节 正态总体方差的区间估计                      |      |
| 一、单个正态总体方差的区间估计                      | 1 学时 |
| 数学实验                                 | 2 学时 |

撰写人 (签字): 数学教研室

审定人（签字）：

单位负责人（签字）：

单位（盖章）：

时间： 2022 年 2 月 25 日